



Évaluation numérique des paramètres de ruptures par méthode de différence de déformation

F. Khelil^{1,2*}, B. Aour², F. Benaoum^{1,2}, M. Khaldi¹

¹Faculté des Sciences et Technologie, Université Mustapha Stambouli, Mascara, Algérie.

²Laboratoire LABAB, ENP, Oran, Algeria.

*khelifoudil@yahoo.com

Résumé - Dans ce travail, nous avons proposé une évaluation numérique du premier et du deuxième terme de la série de Williams du champ de contraintes en utilisant la méthode de différence de déformations. Les équations des facteurs d'intensité de contraintes (SIF) et du T-stress proviennent de l'expansion asymptotique du contraintes de Williams. Les valeurs théoriques et calculées ont été comparées aux résultats expérimentaux en utilisant les techniques des jauges de déformations dans une éprouvette fissurée d'un poly méthacrylate de méthyle (PMMA). Dans la présente approche, nous avons utilisé une technique de calcul de déformations d'un point pour évaluer le stress T, le SIF et le paramètre de biaxialité β dans les conditions de chargement statiques pour une éprouvette en flexion à trois points (SENB). Un bon accord est observé entre les résultats de la présente approche et les données expérimentales. En outre, il convient de noter que la méthode proposée est plus avantageuse que la méthode de la différence de contrainte, car elle peut conduire à des résultats précis avec beaucoup moins d'effort de calcul.

Mots-clés: Facteur d'intensité de contrainte, T-stress, Paramètre de biaxialité, FEM, PMMA.

Numerical evaluation of fracture parameters using strain difference method

Abstract - In this work a numerical evaluation of the first and second term of the Williams expansion of the stress field using the strain difference method is proposed. The equations of the stress intensity factors (SIF) and T-stress are derived from the asymptotic expansion of Williams stress. The

theoretical and calculated values were compared to the experimental results using the strain gauge techniques in a cracked test piece of a poly methylmethacrylate (PMMA). In the present approach, a strain point's calculation technique is investigated for evaluating the T-stress, SIF and the biaxiality parameter β under static loading conditions for Single Edge Notched Bend specimen (SENB). A good agreement is observed between the results of the present approach and the experimental data. Furthermore, it is worth noting that the proposed method is more advantageous than the stress difference method because it can lead to accurate results with much less computational effort.

Keywords: Stress intensity factor, T-stress, Biaxiality parameter, FEM, PMMA.

I. Introduction

L'analyse de la propagation de la fissure peut être effectuée en employant plusieurs méthodes pour calculer le facteur d'intensité de contraintes et le T-stress à la pointe de la fissure, comme la théorie du champ de contraintes, les techniques expérimentales et la méthode de l'intégrale J. Le T-stress est une contrainte de traction constante agissant parallèlement au plan de la fissure. Elle est liée au deuxième terme dans l'expression de Williams du champ de contraintes et est mesuré selon la solution de William [1].

Rice [2] a étudié l'effet de T-stress sur les paramètres de la rupture. Il a découvert que le T-stress n'a pas d'effet sur l'intégrale J, mais un T-stress positif (négatif) diminue (augmente) la taille de la zone plastique et le CTOD. Hancock et al. [3] ont testé une série d'éprouvettes fissurées de différentes configurations pour corréliser la dépendance de la géométrie sur la contrainte en pointe de la fissure en pleine plasticité. Ils ont constaté que lors d'une petite extension de la fissure, la ténacité dépend de la contrainte déterminée par T-stress. La croissance de la fissure entraîne une diminution considérable de T-stress pour le cas des éprouvettes CCT. Pour le cas des éprouvettes en flexion à trois points TPB le T-stress diminue légèrement. En outre, différentes approches utilisant les jauges de déformation ont été introduites [4-7] pour mesurer la variation du facteur d'intensité de contrainte.

Paulino et Kim [8] ont utilisé l'approche de l'intégrale d'interaction pour étudier le comportement en rupture des matériaux en mettant l'accent sur le T-stress. Il a été conclu, pour le cas d'un matériau homogène, que le T-stress négatif diminue l'angle d'initiation de la fissure, alors que le T-stress positif augmente l'angle d'initiation de la fissure. Dans cette méthode, une région valide a été spécifiée pour la localisation des mesures pour se débarrasser (éloigner) de l'état élasto-plastique au fond de la fissure provoquée par les contraintes locales dans la région la plus interne à proximité de la pointe de fissure. L'erreur causée par le gradient de contrainte a été minimisée en

plaçant des jauges virtuelles de déformations suffisamment loin de la pointe de la fissure. Une approche plus déterministe et étendue a été proposée par Berger [4] pour améliorer de manière significative la précision des mesures. En utilisant la méthode de distribution de la dislocation et l'équation singulière d'intégrale, plusieurs problèmes de T-stress ont été résolus par Broberg [9]. L'étude analytique et expérimentale menées par Sumpster [10] a démontré que le T-stress peut être utilisé comme un indicateur de mesure de la déformation plastique au fond de la pointe de la fissure. Smith et al. [11] ont indiqué que le T-stress pourrait influencer la ténacité.

D'autre part, la contrainte autour de la pointe de la fissure et certains paramètres tels que l'emplacement des jauges de déformation ne sont pas entièrement compris et représentent un domaine de recherche très actif. Ces effets conduisent les auteurs à développer une méthode qui peut être facilement effectuée en utilisant les codes de calculs d'éléments finis existants. La méthode proposée est similaire à la méthode de jauge de déformation, mais elle est plus utile et flexible pour le positionnement des points virtuels de l'évaluation de la déformation. Le choix des positions des points P_i pour le calcul de K_I et le T-stress est étudié à l'aide des jauges virtuelles avec un seul angle d'orientation θ et d'un segment de ligne dans un champ de déformation près de la pointe de la fissure. Il est à noter que cette méthode a été déjà appliquée par les auteurs sur une éprouvette à simple fissure au bord soumis au chargement de traction (SENT) en PMMA pour la détermination de K_I [12], mais la nouveauté de cet article est de mettre en évidence son efficacité pour la détermination de T-stress et le paramètre de biaxialité β , ainsi que son applicabilité en résolvant d'autres types de problèmes, tels que une éprouvette d'époxy en flexion à trois points (TPB) dans le cas de conditions de chargement quasi-statique et à faible vitesse d'impact. Afin de valider la méthode proposée, nous comparons les résultats expérimentaux publiés antérieurement [5,6] avec nos valeurs calculées du FIC, le T-stress et le paramètre de biaxialité β . Les effets du mode de chargement, la taille de la fissure et de la sensibilité de certains paramètres géométriques sont également soulignés.

II. Formulation Mathématique

Il a été montré que les équations de Westergaard [13] doivent être généralisées pour résoudre les problèmes de mécanique de la rupture, où le champ de contraintes au voisinage de la pointe de la fissure est influencé par les conditions aux limites et les points d'application du chargement [14]. Ces contraintes exprimées sous la forme généralisée sont données par:

$$\sigma_{xx} = \text{Re}Z - y \text{Im}Z' - y \text{Im}Y' + 2\text{Re}Y$$

$$(1) \sigma_{yy} = \text{Re}Z + y \text{Im}Z' + y \text{Im}Y'$$

$$\tau_{xy} = -y \text{Re}Z' - y \text{Re}Y' - \text{Im}Y$$

où, pour une fissure à une seule extrémité (simple), les fonctions analytiques complexes Z et Y peuvent être représentées par des séries de fonctions (en termes de variable complexe $z = re^{i\theta}$) contenant un nombre infini de coefficients A_n et B_m .

$$\begin{aligned} Z(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n z^{n-1/2} \\ Y(z) &= \sum_{m=0}^{\infty} B_m z^m \end{aligned} \tag{2}$$

Pour le cas d'un état de contrainte plane, la relation contrainte-déformation est donnée par:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{\mu} \tau_{xy} \end{aligned} \tag{3}$$

où E, μ et ν désignent respectivement le module de Young, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson.

En substituant l'équation (1) dans (3), on obtient le champ de déformation comme suit:

$$\begin{aligned} E\varepsilon_{xx} &= (1-\nu)\text{Re}Z - (1+\nu)y \text{Im}Z' - (1+\nu)y \text{Im}Y' + 2\text{Re}Y \\ E\varepsilon_{yy} &= (1-\nu)\text{Re}Z + (1+\nu)y \text{Im}Z' + (1+\nu)y \text{Im}Y' - 2\nu \text{Re}Y \\ \mu\gamma_{xy} &= -y \text{Re}Z' - y \text{Re}Y' - \text{Im}Y \end{aligned} \tag{4}$$

La zone, autour de la pointe de la fissure peut être divisée en trois régions comme le montre la figure 1; afin d'identifier les emplacements adéquats pour les mesures de déformations précises.

Région I: est la plus proche de la pointe de la fissure où le terme singulier de la série de Williams est suffisant pour représenter les déformations dans cette zone. Notons que ce n'est pas la région valable pour des mesures précises de déformation en raison des non-linéarités provoquées par la grande déformation et l'effet de triaxialité sur la nature de l'état de contrainte [6].

Région II: c'est la zone au-delà de la région I où le champ de déformation peut être représenté au sein d'une précision spécifiée par une théorie multi-paramètres contenant K_I et des coefficients de termes d'ordres supérieurs inconnus.

Région III: c'est la zone de champ lointain, où un très grand nombre d'inconnue est nécessaire dans la série de Williams pour obtenir un résultat précis, de sorte que la collection des données de la déformation ne convient pas là. Par conséquent, la région II est la zone la plus favorable pour des mesures précises de la déformation [6, 14, 15].

Dans ce travail, une représentation de quatre termes est décrite dans les équations de champ de déformations dont les deux premiers termes de chacune des séries $Z(z)$ et $Y(z)$ ont été retenus.

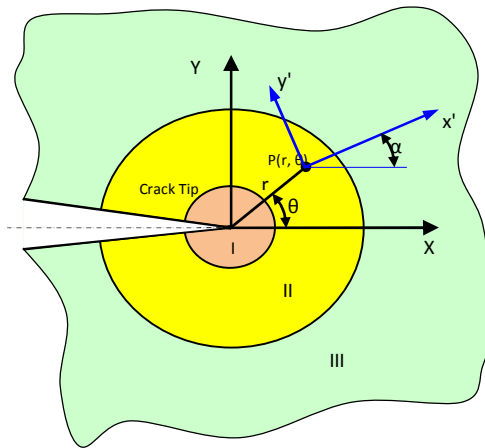


Fig. 1. Schémas d'illustration des trois régions associées à la pointe de la fissure et l'emplacement avec l'orientation des points de mesure de déformation.

posons $n = 0, 1$ et $m = 0, 1$, l'expression (2) devient:

$$Z(z) = A_0 z^{-1/2} + A_1 z^{1/2} \tag{5}$$

$$Y(z) = B_0 z^0 + B_1 z^1$$

Utilisons $z = r e^{i\theta}$, les équations (5) peuvent être réécrites comme suit:

$$Z = A_0 r^{-1/2} \left(\cos \frac{\theta}{2} - i \sin \frac{\theta}{2} \right) + A_1 r^{1/2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right) \tag{6}$$

$$Y = B_0 + B_1 r (\cos \theta + i \sin \theta)$$

où (r, θ) sont les coordonnées polaires, et A_0, A_1, B_0 et B_1 sont des coefficients inconnus qui peuvent être déterminés en utilisant la géométrie de l'éprouvette et les conditions de chargement.

Substitution les équations (6) dans les équations (4), on obtient:

$$\begin{aligned}
 E\varepsilon_{xx} &= A_0 r^{-1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[(1-\nu) - (1+\nu) \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 &\quad + 2B_0 + A_1 r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[(1-\nu) + (1+\nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + 2B_1 r \cos \theta \\
 E\varepsilon_{yy} &= A_0 r^{-1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[(1-\nu) + (1+\nu) \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 &\quad - 2\nu B_0 + A_1 r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[(1-\nu) - (1+\nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] - 2\nu B_1 r \cos \theta
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\mu\gamma_{xy} = \frac{A_0}{2} r^{-\frac{1}{2}} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{A_1}{2} r^{1/2} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} - 2B_1 r \sin \theta$$

II.1. Détermination de K_I

Utilisons la définition du facteur d'intensité de contrainte en mode I, on peut noter que [6]:

$$K_I = \sqrt{2\pi} A_0 \tag{8}$$

Une simple jauge de déformation est suffisante pour mesurer la constante A_0 donc en plaçant et en orientant la jauge indiqué sur la figure 1. Les déformations par rapport à un système de coordonnées rotationnel (x', y') avec son origine au point P (r, θ) (voir Fig. 1) sont évalués à partir du premier invariant de la déformation [16].

$$\varepsilon_{x'x'} + \varepsilon_{y'y'} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} \tag{9}$$

sachant que la forme complexe de l'équation de transformation de la déformation est:

$$\varepsilon_{y'y'} - \varepsilon_{x'x'} + i\gamma_{x'y'} = (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx} + i\gamma_{xy}) e^{2i\alpha} \tag{10}$$

Substituant les équations (7) dans les équations (10) de la déformation on obtient:

$$\begin{aligned}
 2\mu\varepsilon_{x'x'} = & A_0 r^{-1/2} \left[\kappa \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \cos 2\alpha \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2} \sin 2\alpha \right] + B_0 (\kappa + \cos 2\alpha) \\
 & + A_1 r^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} \left[\kappa + \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin 2\alpha \right] \\
 & + B_1 r [(\kappa + \cos 2\alpha) \cos \theta - 2 \sin \theta \sin 2\alpha]
 \end{aligned} \tag{11a}$$

$$\begin{aligned}
 \mu(\varepsilon_{x'x'} - \varepsilon_{y'y'}) = & \frac{A_0}{2} r^{-1/2} \sin \theta \left[\sin \frac{3\theta}{2} \cos 2\alpha - \cos \frac{3\theta}{2} \sin 2\alpha \right] \\
 & - B_0 \cos 2\alpha + \frac{A_1}{2} r^{1/2} \sin \theta \left[\cos \frac{\theta}{2} \sin 2\alpha - \sin \frac{\theta}{2} \cos 2\alpha \right] \\
 & + B_1 r [2 \sin \theta \sin 2\alpha - \cos \theta \cos 2\alpha]
 \end{aligned} \tag{11b}$$

où $\kappa = (1 - \nu) / (1 + \nu)$

Les équations (11) donnent les relations entre K_I et la déformation mesurée avec un simple élément de jauge de déformation orientée à un angle α par rapport au système de coordonnées (x', y') .

Considérons les équations (11), le terme B_0 peut être éliminé en sélectionnant l'angle α de telle sorte que:

$$\cos 2\alpha = -\kappa = -\frac{1 - \nu}{1 + \nu} \tag{12}$$

De la même façon le terme A_1 peut être également éliminé en fixant

$$\kappa + \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos 2\alpha - \frac{1}{2} \sin \theta \sin 2\alpha = 0 \tag{13}$$

qui peut être vérifié si

$$\tan \frac{\theta}{2} = -\cot 2\alpha \tag{14}$$

Ainsi, en plaçant une seule jauge de déformation, les angles α et θ sont choisis pour vérifier les équations (12) et (14), nous pouvons mesurer la déformation $\varepsilon_{x'x'}$ qui est lie avec K_I par:

$$2\mu\varepsilon_{x'x'} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[\kappa \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \theta \sin \frac{3\theta}{2} \cos 2\alpha + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \frac{3\theta}{2} \sin 2\alpha \right] \tag{15}$$

Dally et Sanford [13] ont montré que les angles α et θ dépendent seulement du coefficient de Poisson du matériau de l'éprouvette.

II.2 Evaluation de T-stress et le paramètre de biaxialité β

Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour déterminer le T-stress pour des éprouvettes fissurées. La méthode de différence de contrainte (SDM) proposée par Yang et Ravi-Chandar [17] a été largement utilisée. D'une manière générale, le T-stress peut être évalué en fonction des expressions suivantes:

$$\begin{aligned} \text{pour } \theta = 0^\circ \text{ où } \pm 120^\circ, & \quad T = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \\ \text{pour } \theta = \pm 60^\circ \text{ où } \pm 90^\circ, & \quad T = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} / 3 \\ \text{pour } \theta = 0^\circ, & \quad T = \sigma_{xx} \end{aligned} \quad (16)$$

Utilisons les équations (7), la différence de déformation normale peut être écrite comme suit:

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) = & -2A_0 r^{-1/2} (1+\nu) \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} + 2B_0 (1+\nu) \\ & + 2A_1 r^{1/2} (1+\nu) \cos \frac{\theta}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2(1+\nu) B_1 r^1 \cos \theta \end{aligned} \quad (17)$$

Il est évident de noter que les trois valeurs de θ , (0° , $\pm 120^\circ$ et $\pm 180^\circ$) dans l'expression de déformation le coefficient dominant A_0 peut être éliminé en prenant en compte la différence normale de déformation ($\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}$). En même temps, l'angle $\theta = \pm 180^\circ$ n'est pas un choix possible en raison de la difficulté pratique. Substituant $\theta = \pm 120^\circ$ dans l'équation (17) tel que recommandé par Malesky et al. [5], on obtient la relation suivante pour la différence de déformation normale.

$$\frac{E}{1+\nu} (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \approx 2B_0 + \frac{3A_1 r^{1/2}}{4} - A_2 r \quad (18)$$

Ici, pour évaluer le T-stress, nous pouvons tronquer la série soit à $r^{1/2}$ terme ou à r^0 terme. Ensuite, on obtient respectivement les relations suivantes:

$$T = \frac{E}{1+\nu} (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \approx 2B_0 + \frac{3A_1 r^{1/2}}{4} \quad (19)$$

$$T = \frac{E}{1+\nu} (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \approx 2B_0 \quad (20)$$

Il convient de souligner à ce stade que les valeurs de la différence de déformation normale dans des éprouvettes de dimension finie doivent être mesurées à une distance au-delà de $r = 0.6B$, où B est l'épaisseur de l'éprouvette afin d'éviter les effets tridimensionnelles (3D) au fond de la fissure [6]. LeEVERS et Radon [18] ont introduit un paramètre de biaxialité β qui est lié à T-stress par l'équation suivante:

$$\beta = \frac{T\sqrt{\pi a}}{K_I} \quad (21)$$

Il est intéressant de noter que l'aspect essentiel de ce travail par rapport aux autres approches existantes est basé sur l'utilisation de jauges de déformations virtuelles pour le calcul des paramètres de rupture (Fig. 2). En outre, la raison qui rend cette approche innovante est son application sur des configurations complexes sous chargements statiques et dynamiques et pour divers matériaux fissurés. D'autre part, cette méthode semble être assez simple et donne une mesure efficace et précise des différents paramètres de la mécanique de la rupture.

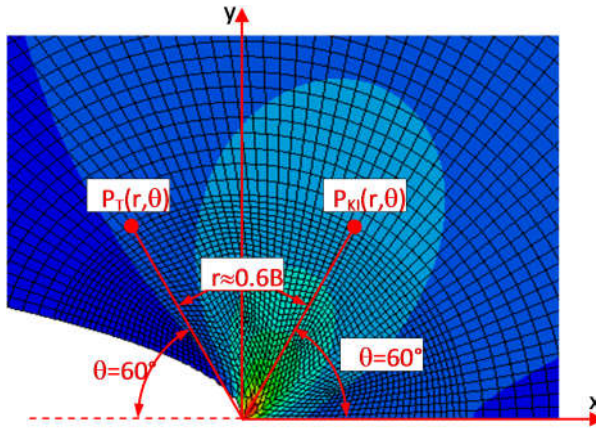


Fig. 2. Emplacement des jauges virtuelles de déformation au voisinage d'une pointe de fissure.

III. Résultats et discussion

Dans cette section une éprouvette en flexion à trois points (TPB) normalisée a été examinée (Fig.3) pour diverses conditions de chargement. Une analyse par éléments finis a été exploitée pour déterminer K_I et T-stress en premier mode de rupture en utilisant la méthode des jauges virtuelles de déformation implantées dans le logiciel Abaqus [19]. La mécanique linéaire (élastique) de la rupture (LEFM) a été assumée comme condition. Afin de prédire correctement le comportement mécanique à la pointe de la fissure, des éléments spéciaux avec un maillage extrêmement raffiné ont été utilisés.

Dans ce travail numérique nous avons adoptés les mêmes positions de jauge de déformations utilisées expérimentalement pour la détermination de K_I et le T-stress. En effet, le calcul de K_I et le T-stress ont été effectués en positionnant un double élément de jauges virtuelles de déformation pour $\theta = 60^\circ$ et $\theta = 120^\circ$, respectivement, avec $r = 0.63 B$ tel que recommandé par

Maleski et al. [5]. La première a été utilisée pour l'enregistrement de l'historique des déformations pour la détermination de K_I et le second a été utilisé pour l'enregistrement de l'historique des déformations pour le calcul de T-stress. Ensuite, ces valeurs ont été converties en K_I et T-stress en utilisant les équations (15) et (20), respectivement. Le paramètre de biaxialité β dans ce cas a été calculé en utilisant l'équation (21). Les résultats numériques obtenus ont été comparés aux résultats expérimentaux donnés par Maleski et al. [5], dans lequel une description des techniques expérimentales utilisées pour mesurer les paramètres peut être également trouvée en détail.

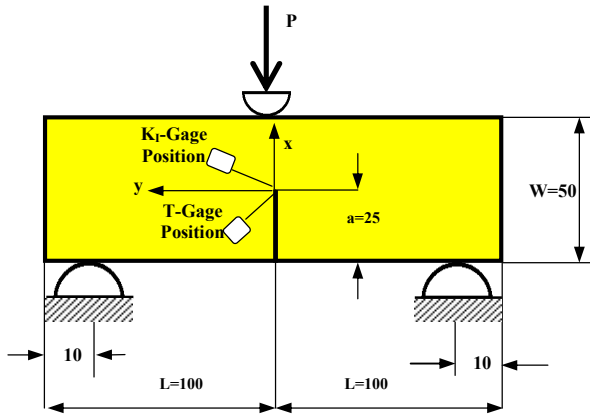


Fig. 3. Schémas illustratif de positionnement des jauges par rapport à la pointe de fissure pour une éprouvette TPB.

Afin de valider et développer l'approche proposée dans ce travail, cet exemple a été pris similaire à celui traité expérimentalement par Malesky et al. [5]. Il se compose d'une éprouvette en flexion à trois points (TPB) sous une charge d'impact (Fig. 3). Les caractéristiques géométriques de cette éprouvette sont les suivantes: la longueur de l'éprouvette $2L = 200$ mm, la largeur $W = 50$ mm, l'épaisseur de l'éprouvette $B = 6$ mm et $a = 10$ et 25 mm ($a/W = 0.2$ et 0.5).

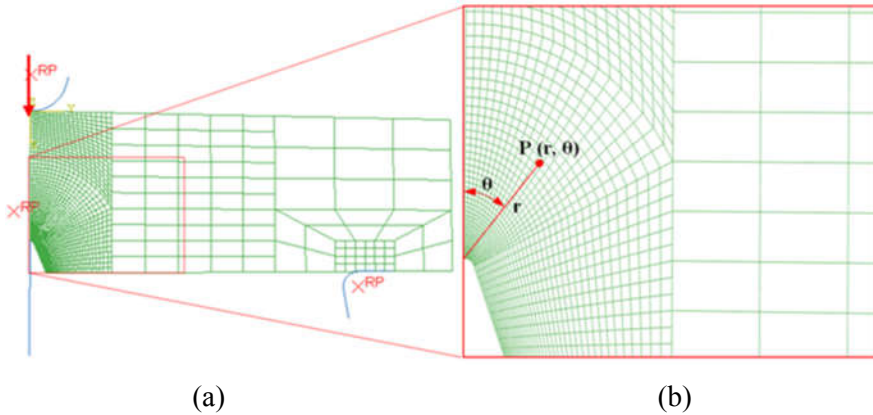


Fig. 4. Modélisation de l'éprouvette: (a) Maillage et conditions aux limites de la moitié de l'éprouvette, (b) Détail du maillage raffiné à proximité de la pointe de fissure.

L'éprouvette a été réalisée en époxy avec les caractéristiques mécaniques suivantes [5]: $E = 4.37 \text{ GPa}$ (module de Young), $\nu = 0.353$ (coefficient de Poisson), $\rho = 1139 \text{ kg/m}^3$ (la densité). Pour des raisons de symétrie (géométrie et charge) nous avons modélisés que la moitié de l'éprouvette (Fig. 4.a), au voisinage proche de la fissure le maillage a été raffiné (Fig. 4.b). Le nombre des éléments utilisés dans cette analyse numérique est de 1475 éléments de type Q8R avec 1702 nœuds. Les positions des jauges virtuelles de déformations sont situées à un rayon $r = 5.5 \text{ mm}$ et un angle $\theta = 60^\circ$ pour la détermination de K_I et $\theta = 120^\circ$ pour la détermination de T (voir Figs. 2-3).

Les paramètres de rupture (K_I , T -stress et le paramètre de biaxialité) ont été calculés pour différentes charges par la modélisation classique des éléments finis et en utilisant la méthode des jauges virtuelles de déformation. Les résultats obtenus pour K_I et le paramètre de biaxialité β sont illustrés sur la figure 5. On peut constater que les résultats obtenus par la méthode proposée sont en bon accord avec ceux des données expérimentales rapportées par Malesky et al. [5]. En outre, on peut observer que le FIC augmente de manière linéaire avec l'augmentation de la charge appliquée (Fig. 5.a). Cependant, le paramètre de biaxialité reste à peu près constant par rapport à l'augmentation de la charge appliquée (Fig. 5.b).

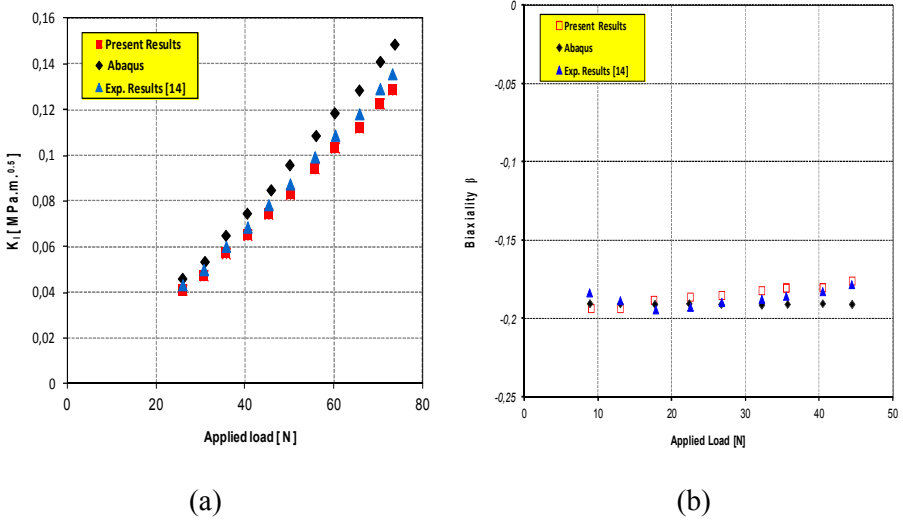


Fig. 5. Comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux de l'évolution de (a) K_I et du (b) Paramètre de biaxialité en fonction de la charge appliquée.

Des simulations par éléments finis ont également été menées sous un état de contrainte plane sous un chargement dynamique afin de vérifier la méthode proposée pour atteindre des valeurs temporaires de K_I et de T-stress. Le même modèle d'éléments finis représenté sur la figure 4 a été utilisé pour les simulations dynamiques. Le modèle a été chargé par la force donnée par Malesky et al. [5] pour une vitesse de 1,5 m/s. Le schéma d'intégration temporelle implicite de la méthode de Newmark a été utilisé dans les simulations.

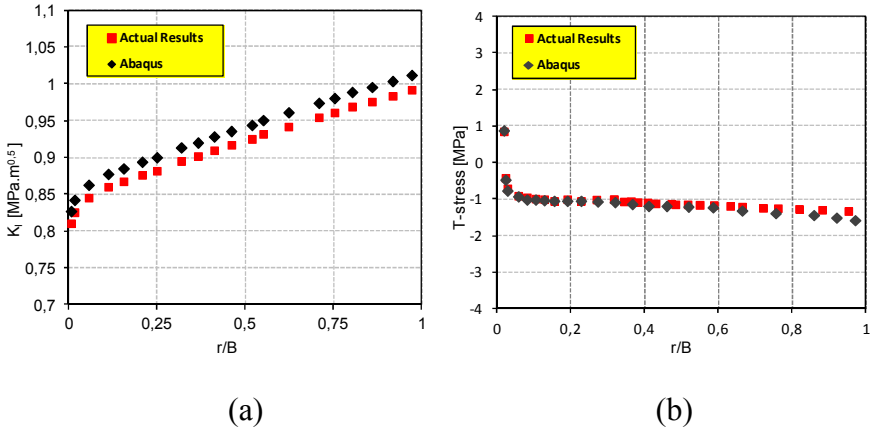


Fig. 6. Comparaison entre les résultats numériques et d'extrapolations pour $a/W = 0,5$ en fonction de r/B pour l'évaluation de: (a) FIC et (b) T-stress.

Les résultats numériques, en utilisant la méthode des jauges virtuelles de déformation, ont été utilisés pour calculer les valeurs de K_I et le T-stress au cours de la durée d'application de la force. L'évolution de K_I et de T-stress en fonction de la distance radiale r/B sont représentés sur la figure 6.

On peut constater que les différences entre les résultats obtenus par la méthode proposée et ceux donnés par Malesky et al. [5] sont de 1,8% pour K_I et 4,5% pour T-stress. En outre, on peut observer que le FIC augmente avec l'augmentation du rapport (r/B). Par contre une augmentation au niveau du rapport r/B entraîne une légère diminution de T-stress, une bonne linéarité a été observée pour $r/B > 0.1$.

IV. Conclusion

Dans ce travail, une évaluation numérique des paramètres de rupture, tels que, le FIC, le T-stress et le paramètre de biaxialité par l'utilisation de la méthode des jauges virtuelles de déformation, a été proposée. Une éprouvette (TPB) a été examinée pour mettre en évidence l'efficacité et l'applicabilité de cette méthode numérique. Des simulations numériques ont été réalisées dans des conditions statiques pour l'éprouvette TPB, une faible vitesse d'impact a été imposée cette éprouvette. Afin d'illustrer l'efficacité de la méthode proposée, les résultats obtenus ont été comparés aux résultats expérimentaux publiés antérieurement et ceux obtenus en utilisant directement le logiciel ABAQUS.

Selon les résultats obtenus un bon accord a été trouvé entre la méthode proposée et les données expérimentales ou de la méthode d'extrapolation utilisant le logiciel ABAQUS. En outre, il a été démontré que la méthode des jauges virtuelles de déformation peut être appliquée de manière efficace dans le cas des conditions statiques ou dynamiques pour les éprouvettes fissurés en PMMA soumises aux différents types de chargement. Les résultats ont montré que les angles de 60° et 120° (utilisés pour l'étude expérimentale) avec la distance radiale $r = 0.6 B$ sont également les positions optimales pour localiser les jauges virtuelles de déformation.

Enfin, il convient de noter que d'autres expériences et des simulations numériques doivent être effectuées afin de vulgariser la méthode proposée en mettant en évidence les effets d'autres paramètres, tels que la géométrie du composant, les propriétés du matériau, le profil de la fissure et les vitesses d'impact et un travail dans ce sens est en cours de développement.

Références

- [1] Williams, M.L. (1957). On the stress distribution at the base of a stationary crack, *J. Appl. Mech*, 24, 109-114.
- [2] Rice, J.R. (1974). Limitations to the Small-scale Yielding Approximations for Crack Tip Plasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, 22, 17-26.

- [3] Hancock, J.W., Reuter, W.G., Parks, D.M. (1993). Constraint and toughness parameterized by T . In: Hackett, E.-M. Schwalbe, K.-H. and Dodds, R.H. (Eds.) *Constraint Effects in Fracture*, ASTM STP 1171. Philadelphia, PA: American Society for Testing and Materials, 21-40.
- [4] Berger, J.R., Dally, J.W. (1988). An over deterministic approach for measuring K_{\sim} using strain gages. *Exp. Mech*, 28, 142-145.
- [5] Malesky, M.J., Kirugulige, M.S., Tippur, H.V. (2004). A Method for Measuring Mode I Crack Tip Constraint Under Static and Dynamic Loading Conditions, *Soc. Exp. Mech*, 44(5), 522-532.
- [6] Swamy, S., Srikanth, M.V., Murthy, K.S., Robi, P.S. (2008).determination of mode I stress intensity factors of complex configurations using strain gages, *J. Mech. Mat. Struct*, 3(7), 1239-1255.
- [7] Sanford, R.J. (2002). *Principles of Fracture Mechanics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [8] Paulino, G.H., Kim, J.H. (2004).A new approach to compute T -stress in functionally graded materials by means of the interaction integral method, *Engng. Fract. Mech*, 71, 1907-1950.
- [9] Broberg, K.B. (2005). A note on T -stress determination using dislocation arrays, *Int. J. Fract*, 131(1), 1–14.
- [10] Sumpter, J.D.G. (1993). *Constraint effects in fracture*, ASTM STP 1171. Philadelphia, USA.
- [11] Smith, D.J., Ayatollahi, M.R., Pavier, (2001). The role of T -stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* 24(2), 137-150.
- [12] Khelil, F., Belhouari, M., Benseddiq, N., Talha, A. (2014) A Numerical Approach for the Determination of Mode I Stress Intensity Factors in PMMA Materials, *Eng. Technol. Appl. Sci. Res*, 4 (3), 644-648.
- [13] Westergaard, H.M. (1939). Bearing Pressure and Cracks, *J. Appl. Mech*, 6 A49-A53.
- [14] Dally, J.W., Sanford, R.J. (1987). Strain gage methods for measuring the opening mode stress intensity factor K_t , *Exp. Mech*, 27, 381-388.
- [15] Sarangi, H., Murthy, K.S.R.K., Chakraborty, D. (2010). Radial location for strain gages for accurate measurement of mode I stress intensity factor, *Mater. Design*, 31, 2840-2850.
- [16] Dally, J.W., Sanford, R.J. (1990). Measuring the Stress Intensity Factor for Propagating Cracks with Strain Gages, *J. Test. Eval*, 18 (4), 240-249.
- [17] Yang, B., Ravi-Chandar, K. (1999). Evaluation of T -stress by stress difference method. *Engng. Fract. Mech*, 64, 589-605.
- [18] Leever, P.S., Radon, J.C. (1983). Inherent stress biaxiality in various fracture specimen geometries, *Int. J. Fract*,19, 311-325.
- [19] SIMULIA ABAQUS, 6.9.3 EF1. (2010). User's manual, Swanson Analysis Systems.